CEROS DE UNA FUNCION

FISICA COMPUTACIONAL

SEMESTRE 2021-I

Planteamiento del problema

- Encontrar los valores de x que hacen que se cumpla la igualdad

$$f(x) = 0$$

EJEMPLOS

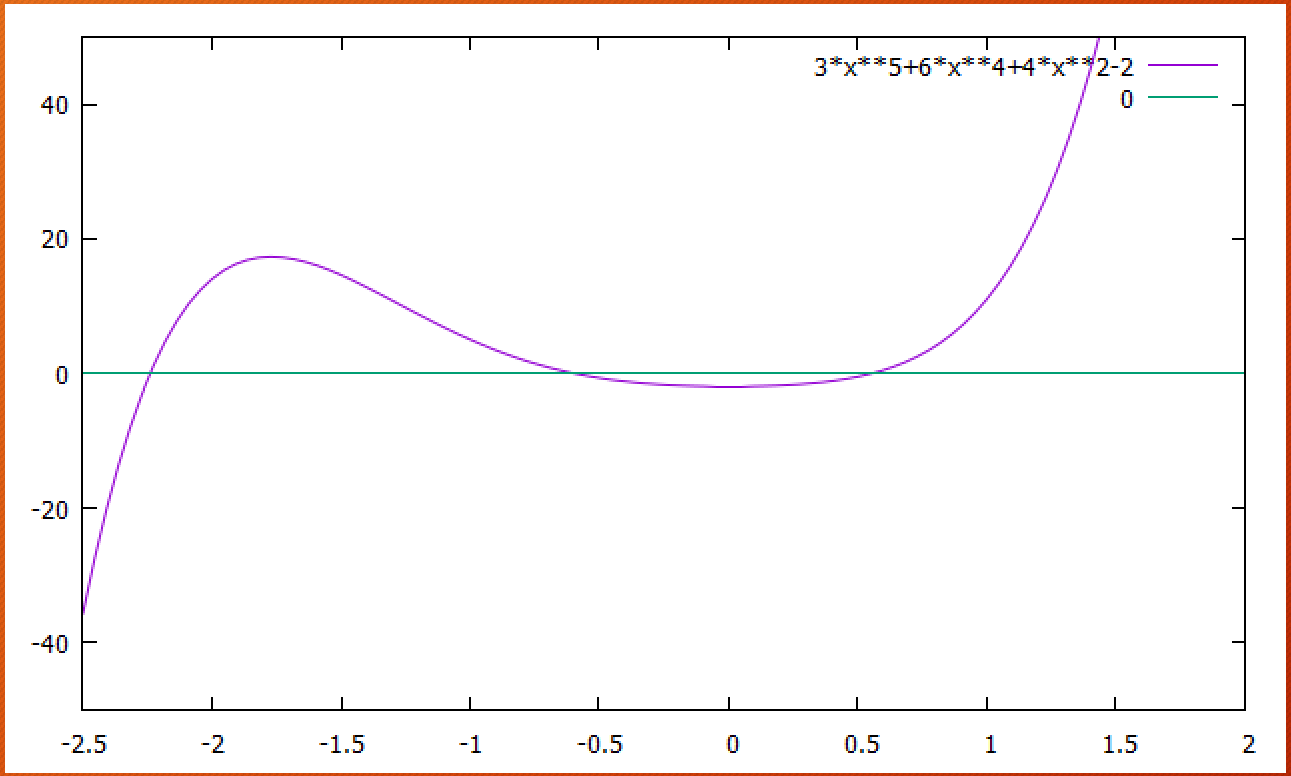
a) $f(x) = a + bx$

b) $f(x) = ax^2 + bx + c$

c) $f(x) = 3x^5 + 6x^4 + 4x^2 - 2$

Encontrar las raíces reales de inciso c)

- Graficamos la función en el intervalo [-2.5, 2.0]



En ese intervalo hay tres raíces

METODO DE LA BISECCION

- Para implementar este método se parte de un intervalo [a,b]
- El primer paso consiste en evaluar la función en los extremos del intervalo y ver si ocurre un cambio de signo.
- El cambio de signo ocurre cuando el producto f(a)*f(b) es menor a cero.
- Se define una variable

producto=f(a)*f(b)

Si producto < 0 existe por lo menos un valor de x $(a \leq x \leq b)$ para el cual f(x)=0.

Si producto > 0 el método no se puede aplicar.

METODO DE LA BISECCION

Para decidir si el método de la bisección se puede aplicar se usa una condicional, donde la variable producto se compara con el número 0.

En caso de que haya cambio de signo en el intervalo [a,b] entonces se procede a dividir el intervalo en dos subintervalos de igual longitud.

El primer paso para esto es obtener el punto medio del intervalo, para lo cual se usa la variable c

$$C=(a+b)/2.$$

Los subintervalos son

[a,c] y [c,b]

METODO DE LA BISECCION

El siguiente paso es determinar en cual de los dos subintervalos ocurre un cambio de signo. Para ello se calcula el producto

f(a)*fc)

Si f(a)*f(c) < 0, entonces la raíz de la función está en el intervalo [a,c]. En caso contrario la raíz de la función está en el intervalo [c,b].

Ya identificado el intervalo donde ocurre el cambio de signo, a este intervalo se le vuele a dividir en dos y se busca en los nuevos subintervalos donde ocurre el cambio de signo. Este proceso se repite hasta que el valor absoluto de f(c) sea menor que una Є

Uso de estructuras de control (condicionales)

- En este programa se deben utilizar condicionales (instrucción if)
- Una condicional compara dos variables q y r. la forma de escribir una condicional es:

If (r.condición.q)

donde la condición puede ser alguna de las siguientes

eq	- Igual a	lt	- menor que
gt	- mayor que	le	- menor o igual
ge	- mayor o igual	ne	- diferente de

Condicionales

- Las anteriores condiciones también se pueden poner como símbolos (por ejemplo <, > , <=, etc)

- Si la condición cabe en una línea se puede escribir como en el siguiente ejemplo:

```
if(r.gt.q)   val=r*q**2
```

-Si la condición implica poner varias instrucciones la forma de hacerlo es (ver en la siguiente página)

Condicionales

If(r.gt.q) then

Poner aquí las instrucciones

endif

Si la condición implica realizar dos tareas diferentes es posible usar lo siguiente:

If(r.gt.q) then

Instrucciones

else

Instrucciones

endif

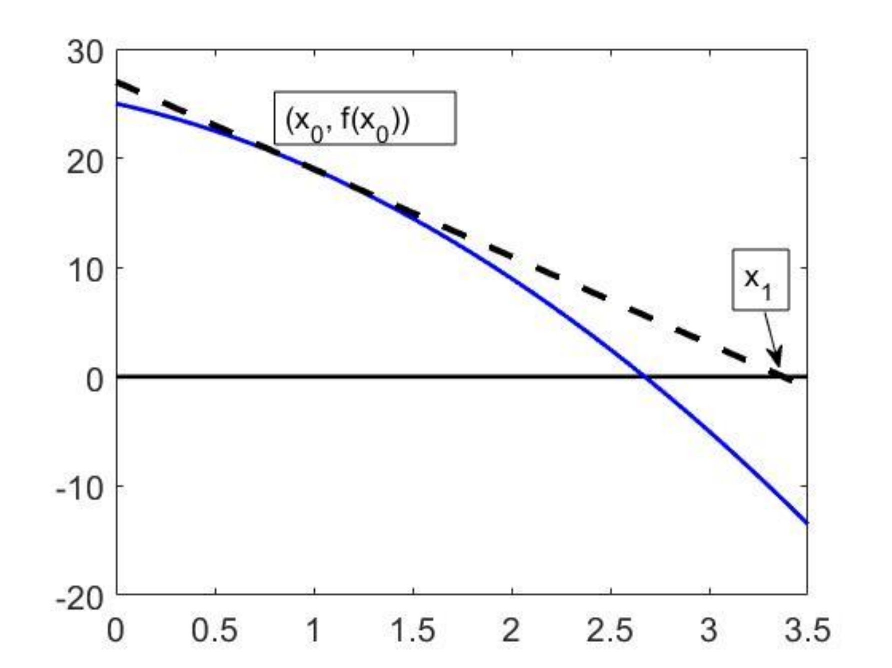
Método de la tangente o de Newton

- Se aproxima a una función con la tangente en un punto x_0 . La recta que pasa por el punto $(x_0 , f(x_0))$ y es tangente a la curva es:

$$\frac{y - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$$

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

La recta es la línea punteada en la figura de la derecha



- La aproximación x_1 se obtiene como el punto donde la recta intersecta al eje de abscisas

$$0 = f(x_0) + f'(x_0)(x_1 - x_0)$$

- Al despejar x_1 se obtiene lo siguiente:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

La relación de recurrencia es entonces:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

para k=0,1,2,...

Esta relación se aplica hasta que $|f(x_{k+1})| < \varepsilon$

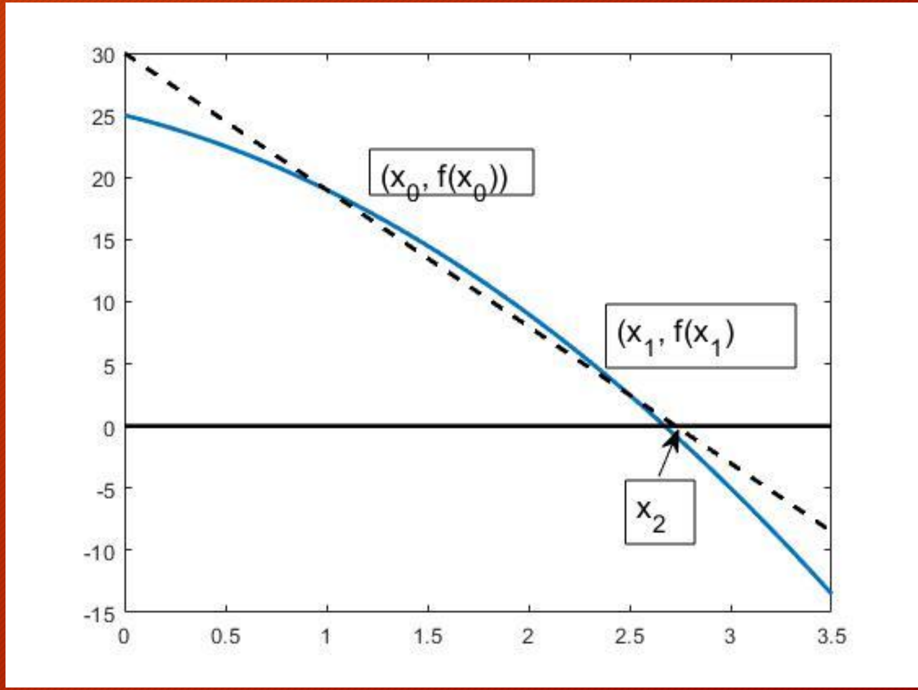
- El método de Newton permite calcular raíces complejas si se da una estimación inicial compleja.
- Regresamos a la función: $f(x) = 3x^5 + 6x^4 + 4x^2 - 2$

- Las 5 raíces calculadas usando el método de Newton son:

- $x_1 = 0.559045$
- $x_2 = -0.601945$
- $x_3 = -2.23937$
- $x_4 = (0.141135, 0.929916)$
- $x_5 = (0.141135, -0.929916)$

Método de la secante

- Para usarlo se necesitan dos estimaciones iniciales $x_o \ y \ x_1$
- Se traza la recta que pasa por los puntos $(x_0\ ,\ f(x_0))$ y $(x_1\ ,\ f(x_1))$
- La siguiente estimación se obtiene en el punto de intersección de la recta con el eje de abscisas.



- Relación de recurrencia:
- $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{\frac{f(x_k)-f(x_{k-1})}{x_k-x_{k-1}}}$

para k=1,2,3,…

Método de Muller

- Se necesitan tres estimaciones iniciales x_o , x_1 y x_2
- Se construye un polinomio de grado dos que pasa por los puntos:

$(x_0 , f(x_0))$, $(x_1 , f(x_1))$ y $(x_2 , f(x_2))$

- Forma del polinomio:

$$P_2(x) = a(x - x_2)^2 + b(x - x_2) + c$$

Las ecuaciones para calcular a, b y c son:

$$f(x_0) = a(x_0 - x_2)^2 + b(x_0 - x_2) + c$$

$$f(x_1) = a(x_1 - x_2)^2 + b(x_1 - x_2) + c$$

$$f(x_2) = a(x_2 - x_2)^2 + b(x_2 - x_2) + c$$

La solución a este sistema de ecuaciones es:

$$a = \frac{(x_1 - x_2)[f(x_o) - f(x_2)] - (x_0 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)]}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_1 - x_2)}$$

$$b = \frac{(x_0 - x_2)^2[f(x_1) - f(x_2)] - (x_1 - x_2)^2[f(x_0) - f(x_2)]}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_1 - x_2)}$$

$$c = f(x_2)$$

- La siguiente estimación se obtiene al hacer P_2(x)=0. Lo que se resulta es:

$$x_3 - x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Uan forma alternativa de esta expresión es:

$$x_3 - x_2 = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

La relación de recurrencia es:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

a, b y c dependen de x_k , x_{k-1} y x_{k-1} y k=2,3,4,....